

noubiaix

Revista de la FEEMCAT i de la SCM • Juny 2025



sumari

Consell de redacció:
Noemí Ruiz / Carlos Giménez (coords.)
Montserrat Alsina
Joan Carles Ferrer
Joan Miralles
Manuel Udina

© dels articles, els seus autors

Coediten:

Federació d'Entitats per a l'Ensenyament
de les Matemàtiques (FEEMCAT)
Campus de Montilivi, edifici P-IV
17071 Girona
feemcat.org

Societat Catalana de Matemàtiques (SCM),
filial de l'Institut d'Estudis Catalans
Carme, 47
08001 Barcelona
scm.iec.cat

noubiaix@gmail.com



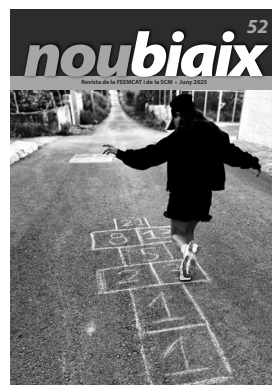
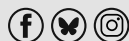
Periodicitat: semestral
Nombre d'exemplars: 1.700

Fotografia de la coberta:
El salt de Fibonacci...
Romy Chemla
INS El Joncar

ISSN: 2014-2021
Dipòsit legal: B-22.314-2012
Impressió: Gráficas Rey



Edicions
de la Universitat de Barcelona
Adolf Florensa, s/n
08028 Barcelona
Tel.: 934 035 430
comercial.edicions@ub.edu
www.edicions.ub.edu



- 1 Editorial
- 4 Claudi Alsina i Català,
in memoriam

articles

- 6 Recordant Jan de Lange
Claudi Alsina Català
- 8 El manifest per a
l'alfabetització estadística
Pepus Daunis i Estadella
Martí Casals Toquero
Jordi Cortés Martínez
- 18 Les mates al billar II. Situacions per
explorar la geometria del billar
Guillem Bonet Carbó
- 29 Transparències matemàtiques
i fenòmens didàctics
Marianna Bosch i Casabò
- 49 «El motlle de l'obrador»: una situació
d'aprenentatge per treballar la
modelització a secundària i batxillerat
Marcos Marí Bofill
Berta Barquero Farràs
Marianna Bosch i Casabò
- 63 Les construccions geomètriques
euclidianes. La papiroflèxia i les
matemàtiques cartesianes
Josep Pla Carrera
- 98 Crònica del C²EM
Lleida 2025
Jordi Deulofeu
Joan Jareño



En aquest número 52 del *NouBiaix* trobareu com a primer text unes paraules de Claudi Alsina en memòria de Jan de Lange. Per als que van tenir la sort de conèixer en Jan, seran una font de dolços records, i per als que no, descobriran un personatge molt rellevant en educació matemàtica de l'època contemporània. Jan de Lange ens va deixar el passat 13 de març. Descansi en pau.

La revista continua amb sis articles plens de reflexions que conjuguen mirades del passat i del futur per transmetre idees que de ben segur no deixaran indiferent els nostres lectors i lectores.

El primer article, que porta per títol «Les mates al billar II: situacions per explorar la geometria del billar» i és de Guillem Bonet, és una continuació del publicat en el número 49. En aquesta ocasió Guillem Bonet planteja com transformar algunes posicions teòriques de les boles de billar en problemes rics per treballar a l'aula conceptes com la trigonometria i les simetries, utilitzant indistintament tant el GeoGebra com material manipulable que ajudi els alumnes a comprovar les seves conjetures respecte de les situacions plantejades. Sens dubte, és una proposta engrescadora i que fàcilment podrà incorporar a la seva activitat qualsevol docent prou engrescat.

El segon article, titulat «El manifest per a l'alfabetització estadística», l'han escrit Pepus Dau-nis, Martí Casals i Jordi Cortés, referents en aquesta disciplina i membres actius de la Societat Catalana d'Estadística. Tots som conscients que vivim en l'època de la informació, però quines implicacions té això en el nostre dia a dia? Com deia Nate Silver en *La señal y el ruido* (2012), «Los números no pueden hablar por sí mismos. Nosotros hablamos por ellos. Les conferimos significado». Els autors mostren com conceptes tan estesos com la mitjana o la desviació típica poden portar a donar informació errònia o poc real de les dades si s'apliquen sense certes garanties o es visualitzen de forma imprecisa. Per tant, cal vetllar pel desenvolupament d'un pensament crític estadístic en la societat. Aquest text ens obre la porta a entendre què és l'alfabetització estadística dels ciutadans i en quin sentit és un problema que ens interpel·la i sobre el qual cal adoptar un compromís comú que s'ha plasmat en un

decàleg per a l'alfabetització en primera instància, però també en la Jornada d'Estadística i Educació (primera edició el 10 de juliol de 2024, on els autors van acceptar el repte de la present contribució) com a punt de trobada dels diferents agents catalans per reflexionar, establir i fer avançar uns objectius comuns.

El tercer article, titulat «Transparències matemàtiques i fenòmens didàctics», de Marianna Bosch, és una lectura carregada de profundes reflexions tant per als docents com per a les persones que es dediquen a la investigació en educació. Als lectors i les lectores que no estiguin familiaritzats amb les anomenades teories franceses (teoria de situacions i teoria antropològica del didàctic) és possible que els calgui rellegir-ne alguns paràgrafs, però els exemples que completen les explicacions les faran perfectament comprensibles, obrint la mirada de les pràctiques escolars amb un punt històric desconegut segurament per als més joves.

La indagació entorn de la segregació escolar que planteja s'alinea a la perfecció amb les idees exposades en l'article precedent sobre la necessitat de desenvolupar en els estudiants i futurs ciutadans un esperit crític basat en les ciències (matemàtica i estadística). Les idees i curiositats en relació amb com es mesura la segregació escolar ja són un aspecte interessant en si mateix, que no deixa indiferent i, probablement, us incitarà a fer la vostra pròpia recerca del tema.

El quart article, titulat «El motlle de l'obrador», exposa una situació d'aprenentatge per treballar la modelització a secundària i batxillerat. Escrit per Marcos Marí, Berta Barquero i Marianna Bosch, s'emmarca en la investigació doctoral que està duent a terme el primer autor. Fruit de l'atzar i la casualitat, aquest article complementa perfectament l'anterior aportant una experiència d'indagació a secundària que mostra els principis mencionats en aquest. La potencialitat de la proposta és, per una banda, l'articulació natural de diferents sentits matemàtics que el currículum indica com a rellevants (numèric, algebraic, funcional i estocàstic) i, per l'altra, la concepció sobre què vol dir estudiar matemàtiques per una comunitat d'estudi portada a la pràctica (no en el nivell teòric, com esmenta l'article de la Marianna). Es podria fer el símil amb possibles formes de recórrer un bosc: és clar que pot existir un camí molt ben identificat, però a vegades hi ha rutes menys transitades que et faran conèixer les mateixes espècies d'arbres però de forma diferent, o bé en veuràs de noves, i també pot passar que en perdís algunes de les que hauries conegut pel camí principal. Ara bé, és segur que les ganes d'explorar altres boscos, i de conèixer noves espècies, quedaran potenciades per aquesta «aventura» fora del preestablert i connectada amb la realitat, cosa que no sempre passa quan comencem, seguim i acabem el camí de la mateixa manera. Alguns estudiants (i docents) poden viure l'experiència com a avorrida o mancada de sentit ja que no arriben a descobrir el bosc, sinó que simplement hi transiten seguint els senyals del camí, on el trajecte seguit, el que s'hi fa o per quin lloc del bosc cal sortir són decisions sobre les que poden opinar. Dir això és molt fàcil, però portar-ho a la pràctica què vol dir? Doncs a través del text descobrireu una experiència amb aquest esperit.

El cinquè article és una continuació d'un article del número 51 de Josep Pla amb el títol «Les construccions geomètriques euclidianes: la papiroflèxia i les matemàtiques cartesianes», en el qual es fa una exhibició de rigor i precisió algebraica tractada amb força claredat, acompanyada de valuoses referències històriques, i constitueix en si mateix un compendi excel·lent

com a guia per a futurs autors. Queda força clar que es pot construir un text clar i entenedor que no renuncia a ser rigorós i profundament fonamentat, superant amb brillantor aquesta suposada dicotomia entre claredat i precisió.

Finalment, l'últim article, titulat «Crònica del C²EM Lleida 2025» i escrit per Joan Jareño i Jordi Deulofeu, vol compartir els fonaments de les jornades i els objectius que es van marcar prèviament i *a posteriori*, fruit de tres dies de compartir i debatre experiències molt diverses. Sens dubte, el C²EM 2025 va ser un èxit —van participar-hi quatre-centes persones— que posa de manifest les aptituds i actituds de la comunitat catalana d'educadors i educadores en matemàtiques envers la millora de la professió i les pràctiques d'aula, i serveix de pont per a la propera edició d'aquesta convocatòria recuperada i que ja podem considerar clarament consolidada.

Aprofitem aquestes darreres línies per agrair a tots els autors i autores l'esforç i la dedicació que hi ha darrere de cada aportació. Escriure i llegir articles de qualitat en la teva llengua materna és un luxe en aquests temps on preval potenciar la carrera professional amb publicacions en revistes que siguin considerades de gran impacte internacional (restriccions dels nivells alts de codeterminació didàctica, com diria la Marianna), on el temps és escàs per fer coses improductives o amb un rendiment dubtós a curt termini. La publicació és un reflex de la salut d'una comunitat preocupada per l'educació matemàtica (i estadística, com mostra el Manifest per a l'alfabetització), amb una mirada inclusiva de totes les etapes educatives, tot el contingut (geometria, àlgebra, modelització) i tota la diversitat del nostre territori. Us animem a compartir les vostres experiències, els treballs de recerca d'estudiants i les reflexions d'interès per a tota la comunitat catalana aprofitant l'embranchada que la trobada del C²EM va donar anímicament a la comunitat creant un ambient de ganes de fer coses i renovar-se. Com em va dir una amiga que va participar en les jornades, «l'assistència hauria de ser obligatòria per a tot el professorat, des d'infantil fins a la universitat! És increïble la diversitat de contingut, material, idees... Estrany seria que no hi trobessis alguna cosa que t'enganxi».

Desitgem que gaudiu de tots els articles i esperem que us facin aprendre o re-aprendre aspectes relacionats amb aquest ampli món de les matemàtiques i l'estadística.

Claudi Alsina i Català (Barcelona 1952 – 2025), *in memoriam*



En el moment de tancar aquest número 52 del *NouBiaix* ens ha colpit la notícia de la mort d'en Claudi, mestre de mestres, ple de bonhomia i d'un agut sentit de l'humor.

Reproduïm a continuació el seu escrit de comiat, que defineix a la perfecció qui era ell.

El trobarem a faltar, però ens quedarà per sempre al cor el record de la seva saviesa i del seu bon humor. Descansi en pau.

Estimats amics i amigues,

Veient proper el meu final he volgut deixar escrites aquestes breus paraules de comiat per a tots els que hem compartit durant anys el nostre interès per una bona educació matemàtica a Catalunya i al món.

Considero que la meua vida ha estat feliç i força profitosa, i m'ha complagut molt anar veient com naixien i es desenvolupaven grups i associacions de professorat. Molts heu estat els que heu tirat endavant iniciatives innovadores i us animo a seguir per aquest camí. Gràcies per fer-ho possible. I com sempre:

LA MATEMÀTICA RIGUROSOSA ES FA AMB EL CAP.

LA MATEMÀTICA FORMOSA S'ENSENYA AMB EL COR.

ADEU- SIAU I A REVEURE

Claudi Alsina i Català

articles
articles



articles

Recordant Jan de Lange

Claudi Alsina Català

Universitat Politècnica de Catalunya
alsinacatala@gmail.com



Davant la mort recent de Jan de Lange, voldria compartir amb els lectors del *NouBiaix* alguns records d'aquest il·lustre educador matemàtic.

El Jan va néixer a Leiden (Països Baixos) el 1943. Es va graduar en Matemàtiques per la Universitat de Leiden el 1972 i es va doctorar en Educació Matemàtica per la Universitat d'Utrecht el 1987, i aleshores es va especialitzar en dissenys curricular i avaluació.

El Jan va ser professor de secundària durant anys, fins que el 1976 el gran matemàtic Hans Freudenthal i Martin Kindt el promogueren a col·laborar amb ells al petit institut de la Facultat de Matemàtiques de la Universitat d'Utrecht, el que seria posteriorment el 1991 el prestigiós Institut Freudenthal, del qual el Jan passà a ser durant molts anys l'ànima i el director.

Sota el lideratge d'en Jan, l'Institut Freudenthal va arribar a acollir vuitanta investigadors entorn de la innovació matemàtica educativa, connectant sempre recerca i pràctica. El tema que apassionà el Jan fou el de les matemàtiques i la realitat, seguint l'ideari de Freudenthal. Amb ell l'Institut esdevingué una referència mundial i va ser visitat per gent d'arreu. Feren col·laboracions amb els Estats Units, Bolívia, Sud-Àfrica, Malàisia, Indonèsia..., i tingueren presència activa al Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM), Psychology of Mathematics Education (PME), Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), National Assessment of Educational Progress (NAEP), Programme for International Student Assessment (PISA), American Educational Research Association (AERA), International Congress on Mathematical Education (ICME), etc. Reconegut i desitjat conferenciant, viatjà i participà durant anys en els esdeveniments educatius més gran d'arreu del món, però mai no deixà de banda la millora de l'educació holandesa, que liderà.

Els viatges del Jan foren mítics. Podia anar a dos continents en dos dies o anar i tornar de Nova York a Amsterdam el mateix dia per assistir a una reunió. Curiosament, els caps de setmana li agradava practicar les seves aficions: volar, córrer o anar en bicicleta. I jugar amb els seus dos fills.

Personalment, vaig ser amic del Jan i des del 1992 ens trobàvem un cop a l'any a la reunió de l'Istron Grup, un grup de vuit persones liderat per Sol Garfunkel on discutíem sobre les tendències internacionals en educació matemàtica. El Jan va acceptar venir a Barcelona a impartir una conferència per al màster que dirigia Carme Burgués, va ser conferenciant plenari al Congrés Internacional d'Educació Matemàtica de Sevilla (ICME 6) i va fer xerrades en diverses jornades d'arreu d'Espanya. En dues ocasions em va convidar a fer la conferència de clausura del seu congrés anual als Països Baixos, els National Mathematics Days, una original trobada per a professors amb grans presentacions de professionals que explicaven els seus usos de les matemàtiques en els respectius oficis.

Amb els anys el Jan s'interessà essencialment per la formació matemàtica del nens de tres a set anys. Creia que això era clau per al futur de l'educació. El Jan es va jubilar el 2007 de la Universitat d'Utrecht, però seguí endavant amb el seu projecte «Ments curioses» a la seva Acadèmia de Pares Joves, per a pares de nens 3-7.

Ens queden el seu extens llegat escrit, audiovisuals i un gran record als que tinguérem la sort de conèixer-lo o d'assistir a les seves formidables presentacions. Qui vulgui conèixer la seva obra pot consultar un recull de les seves aportacions a M. Van den Heuvel-Panhuizen (2019), «Didactics of mathematics in the Netherlands», a W. Blum, M. Artigue, M. Mariotti, R. Sträßer i M. van den Heuvel-Panhuizen (eds.), *European traditions in didactics of mathematics*, Springer, Cham (ICME-13 Monographs), disponible a https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_3.

I qui prefereixi escoltar-ho, pot recuperar dues entrevistes:



<https://youtu.be/M85fPO23CM8>



<https://youtu.be/oRMn0eRtqq4>

EPD

.....

El manifest per a l'alfabetització estadística

Pepus Daunis i Estadella

Societat Catalana d'Estadística
Grup de Recerca en Estadística i Anàlisi
de Dades Composicionals Departament d'Informàtica,
Matemàtica Aplicada i Estadística
Universitat de Girona
pepus@imae.udg.edu

Martí Casals Toquero

Societat Catalana d'Estadística
Institut Nacional d'Educació Física de Catalunya
Universitat de Barcelona
marticasals@gmail.com

Jordi Cortés Martínez

Societat Catalana d'Estadística
Grup de Recerca en Bioestadística i Bioinformàtica
Departament d'Estadística i Investigació Operativa
Universitat Politècnica de Catalunya
jordi.cortes-martinez@upc.edu

Resum

L'alfabetització estadística és essencial per a la formació de ciutadans capaços de comprendre i utilitzar informació estadística de manera eficaç. Aquest article presenta un manifest per a l'alfabetització estadística, destaca la importància d'aquesta en la societat actual i proposa mesures per millorar l'educació estadística a tots els nivells. Es discuteixen alguns errors estadístics comuns en els mitjans de comunicació, en els usos d'estadístics resum i en la selecció de mostres. A més, es presenta un decàleg per promoure l'alfabetització estadística entre els ciutadans.

Abstract

Statistical literacy is essential to educating citizens to be able to effectively understand and use statistical information. This article presents a manifesto for statistical literacy, highlighting its importance in today's society and proposing measures to improve education in statistics at all levels. It discusses some statistical errors common in the media, regarding the uses of summary statistics and sample selection. Additionally, ten principles are presented to promote statistical literacy for everybody.

1. Introducció

La societat actual està immersa en un mar d'informació on les dades i els gràfics estadístics tenen un paper fonamental (Cairo, 2017; Tarran, 2024). Per aquest motiu, l'alfabetització estadística és imprescindible per garantir que els ciutadans puguin prendre decisions informades en àmbits com la política, l'economia, la salut i molts altres. I igual d'important és que mitjançant l'assoliment d'aquesta alfabetització estadística bàsica puguin detectar quan alguna informació que se'ls proporciona és una informació falsa o malintencionada (Engel, 2017, 2019; Wolff *et al.*, 2016).

I això fa que quan la majoria de persones senten la paraula *estadística*, sovint la primera associació és pensar en «trampes» o «enganys», potser influenciades pel títol del conegut llibre *How to lie with statistics* (1954), un clàssic que encara avui circula entre estudiants i periodistes (Huff, 1991). Un detall que revela la poca presència i comprensió social de la professió d'*estadístic* és que sovint, en determinats entorns, encara es confon amb la d'*estadista* (persona dedicada a la política i al govern).

Tanmateix, la realitat és que l'estadística és la ciència que ens permet aprendre de les dades i prendre decisions sota incertesa (Davidian, Louis, 2012). Cada dia en prenem, algunes de transcendents i d'altres més trivials: des de triar una companyia elèctrica fins a avaluar un exercici acadèmic. Però no som només les persones les que prenem decisions davant de situacions d'incertesa, sinó també les empreses, els governs i les institucions, que ho fan en contextos que poden afectar de manera positiva o negativa les nostres vides.

Cal tenir present que totes aquestes decisions es prenen en un marc d'incertesa: disposem de dades parcials, obtingudes de mostres limitades d'una població, basades en el que ja ha passat, però no en el que s'esdevindrà (Forte, 2022). Per això és imprescindible no només aprendre de les dades per prendre decisions ben fonamentades, sinó també comunicar adequadament aquesta incertesa. La manera com es transmet aquesta informació ha de dependre del públic receptor: el mateix missatge necessita diferents nivells d'explicació per a polítics, professionals sanitaris o ciutadans en general (Spiegelhalter, 2019, 2024).

2. Què és l'alfabetització estadística i per què és important?

El **pensament estadístic** orienta les persones en l'anàlisi i la comprensió d'un món complex, sintetitzat a través de les dades, els models i sempre sota la incertesa associada a un coneixement parcial, mentre que el **raonament estadístic** implica interpretar dades de manera lògica, comprendre relacions, analitzar els patrons en les dades i combinar la idea d'atzar amb l'evidència observada (Ben-Zvi, Garfield, 2004; Gal, 2004; Sharma, 2017). L'**alfabetització estadística** és el conjunt d'habilitats i coneixements que permeten desenvolupar un pensament i un raonament estadístic per llegir, comprendre i fer ús de la informació estadística de manera efectiva amb la idea de probabilitat com a mesura de la incertesa.

En aquest sentit, marcs pedagògics com el model PPDAC (Problema, Planificació, Dades, Anàlisi i Conclusions) ofereixen una estructura integral per entendre la pràctica estadística com un procés de resolució de problemes (Wild, Pfannkuch, 1999). Aquest enfocament ha estat àmpliament adoptat a escala internacional per guiar estratègies docents basades en dades

reals, raonament crític i comunicació efectiva dels resultats. En la mateixa línia, les *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE)* (Carver *et al.*, 2016; Franklin *et al.*, 2007) constitueixen un referent clau per promoure l'aprenentatge actiu i centrat en la comprensió conceptual.

Les necessitats d'una alfabetització estadística correcta es poden sintetitzar en els punts següents (Casals *et al.*, 2025):

1. **La presa de decisions:** el coneixement estadístic i el sentit estocàstic, entès com la comprensió de l'aleatorietat a la qual estan subjectes certs fenòmens, permet a la ciutadania prendre decisions informades en diferents àmbits de la vida, com ara la salut, l'educació, el canvi climàtic, l'economia o la política. El raonament estadístic permet quantificar els beneficis i els riscos d'una decisió, així com valorar-ne la incertesa.
2. **El creixement de la informació basada en dades:** en la societat actual, la informació basada en dades és omnipresent, ja sigui en les notícies, en els balanços empresarials, en els informes mèdics o en les xarxes socials. Això fa que sigui imprescindible tenir competències estadístiques per poder dissenyar, analitzar i interpretar correctament aquestes dades i utilitzar-les adequadament per extreure'n informació. Les competències estadístiques fomenten el pensament crític i protegeixen les persones de notícies falses i enganys.
3. **El desenvolupament de noves tecnologies amb pensament i raonament estadístic:** les noves tecnologies han permès que la informació i les dades siguin més accessibles i manejables que mai, tots hem sentit a parlar del *big data*. Això fa que sigui imprescindible tenir una preparació estadística per poder aprofitar al màxim les oportunitats emergents. A més, durant els propers anys ens enfrontarem a una de les majors revolucions tecnològiques de la nostra història, la intel·ligència artificial, que requereix una molt bona alfabetització estadística per comprendre el seu abast (Friedrich *et al.*, 2022).

L'alfabetització estadística comporta també una **dimensió ètica**. Els ciutadans necessiten conèixer els principis bàsics de l'ús responsable de les dades, que inclouen la privacitat, els biaixos i les conseqüències socials de les decisions preses a partir d'anàlisis estadístiques (Utts, 2021). Conceptes com la reproductibilitat dels resultats o el *p-hacking* queden fora de l'abast d'aquest text, però formen part d'aquesta dimensió ètica.

3. Mals usos de l'estadística: com prevenir-los

En els mitjans de comunicació sovint trobem mals usos estadístics que poden induir la població a conclusions errònies. Aquests errors poden incloure la manca de context, l'ús incorrecte de gràfics o la presentació de dades en escales inadequades, entre d'altres. A continuació us presentem uns quants exemples de mal ús de l'estadística i —més important— la forma de corregir-los.

3.1. Gràfics enganyosos

Fixem-nos en aquests dos gràfics extrets de mitjans de comunicació.



Figura 1. Gràfics de percentatge de vot (esquerra) i taxa de criminalitat (dreta). Fonts: RTVE (<https://blog.rtve.es/internacional/2013/04/maduro-gana-la-estad%C3%ADstica-pierde.html>) i Antena 3 (www.antena3.com/noticias/sociedad/tasa-criminalidad-baja-2013-niveles-2001_201401295723494f4beb28d446ffbe74.html).

Tots dos són gràfics de barres (un en format vertical i l'altre en format horitzontal) que fan comparacions: un pel que fa als resultats de dos candidats en unes eleccions presidencials i l'altre sobre taxes de criminalitat a la Unió Europea. En els dos gràfics hi ha desinformació.

En el primer gràfic, el de les eleccions presidencials, no tenim la referència de l'origen de les barres de percentatges de vot. Unes barres que sortissin del zero (figura 2) ens permetrien veure que la diferència és molt petita: menys de dos punts percentuals. A més, és convenient evitar els gràfics en 3D, ja que la tercera dimensió pot generar falses perspectives.

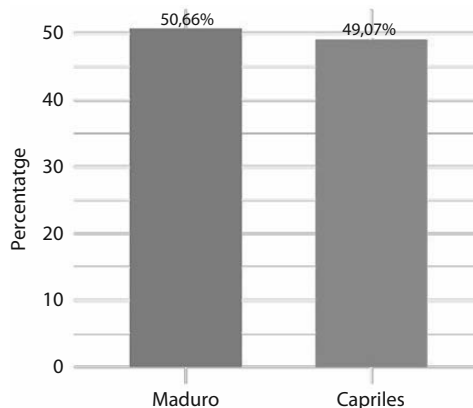


Figura 2. Gràfic corregit de percentatge de vot. Elaboració pròpia.

En el segon gràfic de la figura 1 tenim un altre problema de desinformació diferent. Si ens fixem en els valors, podem veure que les diferències no segueixen cap regla consistent. La distància de les barres entre Espanya i Itàlia (43,4 vers 46,1) és gairebé la mateixa que la de les barres entre la Unió Europea (UE) i Bèlgica (62,8 i 96,9). Unes barres sobre un eix etiquetat ens permetrien tenir un coneixement correcte per avaluar aquestes taxes de criminalitat (figura 3). Per altra banda, si volem ressaltar alguna dada, procurem no fer-ho amb una mida de lletra diferent; podem utilitzar colors, per exemple.

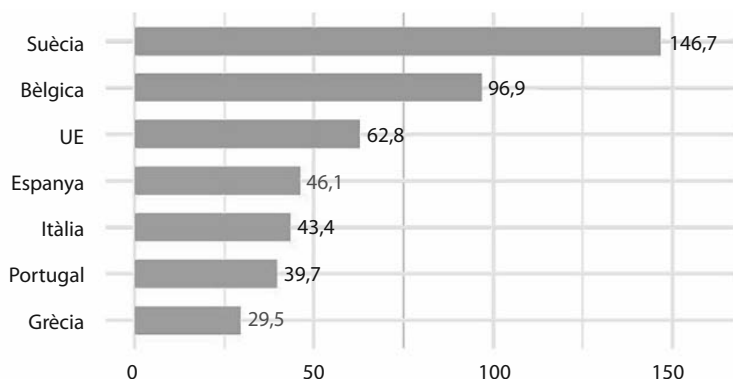


Figura 3. Taxa de criminalitat de la UE. Elaboració pròpia.

Segurament ara podem apreciar alguna diferència en relació amb les dades mostrades en el gràfic original. I, en aquest cas, les dades estan expressades com a taxa —un valor relatiu—: el nombre d'infraccions penals per cada mil habitants. Ens podrien donar informació malintencionada si ens donessin la criminalitat en valors absoluts, ja que les mides de les poblacions dels països són molt diferents.

3.2. Ús de la mitjana i la desviació estàndard (s) per mesurar el centre i la variabilitat de les dades

Quan volem descriure unes dades, tot sovint fem un ús majoritari de la mitjana i de la desviació estàndard (s): la mitjana per descriure la tendència central de les dades i la desviació per descriure'n la variabilitat. Ens podem preguntar si aquesta és sempre la millor manera de descriure-les.

Vegem-ho amb un exemple: suposem que tenim els sous mensuals en milers d'euros dels veïns d'un bloc de quatre pisos, que té dos pisos per replà i un àtic amb dúplex. Els valors són:

2,2; 2,5; 2,1; 1,8; 3,0; 2,9; 1,8; 2,7; 22,5

Si sense fixar-nos en les nostres dades calculem mecànicament la mitjana per descriure-les, tindrem que la mitjana és 4,6. ?És correcte aquest valor per descriure el sou representatiu dels veïns del bloc? Veiem que com a sou és molt més gran que la majoria de sous. Què succeeix?

Efectivament, el sou dels veïns de l'àtic distorsiona el càlcul del centre. Tenim una dada molt diferent de les altres —atípic— i en aquests casos la mitjana no és un bon descriptor del centre. Hi ha una altra mesura de centre més adequada: la mediana. Què és la mediana? El valor central del conjunt de dades ordenat:

1,8; 1,8; 2,1; 2,2; **2,5**; 2,7; 2,9; 3,0; 22,5

Podem veure que la mediana és 2,5, que ens caracteritza molt millor el centre dels sous dels veïns.

L'ús de la mediana està aconsellat quan tenim dades atípiques o no tenim simetria en la nostra distribució de dades, ja que la manca de simetria provocarà una alteració de la mitjana com a mesura de centralitat (figura 4).

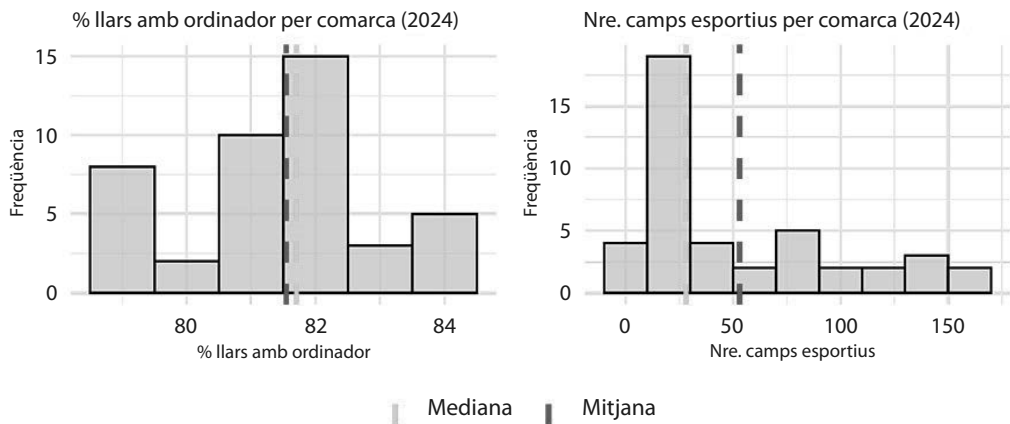


Figura 4. Dos indicadors socioeconòmics de Catalunya per comarques, any 2024. Elaboració pròpia.
Font: IDESCAT.

En la imatge de l'esquerra de la figura 4, donada la distribució força simètrica del percentatge de llars amb ordinador, mitjana i mediana són indicadors vàlids de centralitat. L'asimetria del gràfic de la dreta de la mateixa figura fa més adient l'ús de la mediana com a mesura representativa.

I sobre la mesura de la variabilitat de les nostres dades, què en podem dir de la desviació (s) com a bona mesura? Ja podeu imaginar que si hi ha problemes amb l'ús de la mitjana, si tenim dades atípiques o falta de simetria, també tindrem problemes amb la s , ja que aquesta no és res més que calcular la mitjana de diferències quadràtiques amb la mitjana. I quina alternativa tenim? Doncs usar els quartils per veure com varien les nostres dades, és a dir, els valors que limiten la primera quarta part de les dades ordenades —el primer quartil, $Q1$ — i la tercera quarta part de les dades ordenades —el tercer quartil, $Q3$ —. Aquests dos valors, $Q1 = 2,1$ i $Q3 = 2,9$, serien més adequats per descriure la variabilitat, ja que comprenen el 50 % de les dades centrals, que la desviació de les nostres dades $s = 6,7$, clarament influïda per la dada atípica i una mitjana sobredimensionada.

3.3. Mostres esbiaixades

Sovint per tenir dades d'una població inabastable busquem informació d'uns quants dels individus de la població, el que en diem una **mostra**, i pretenem descriure la nostra **població** inferint —així es diu tècnicament— els resultats de la nostra mostra.

La manera com seleccionem la mostra és clau per a la **validesa interna** dels resultats: si la mostra és inadequada, esbiaixada o poc representativa, totes les inferències estadístiques que fem després poden perdre validesa, per molt sofisticades que siguin les tècniques d'anàlisi.